

CASIO

CLASSWIZ  
POTENCIAN TU CURIOSIDAD

# Polinomios y funciones

NIVEL BÁSICO



# Polinomios

## Valor numérico de un polinomio

Una vez asignados valores, por ejemplo, a las variables A, B y C se pueden calcular diferentes expresiones algebraicas donde aparezcan estas variables. La tecla  $\text{↶}$  se usará para recuperar una operación/expresión ya almacenada en el historial de la calculadora y volver a reevaluar la expresión para un nuevo valor de la(s) variable(s).

A=2 B=-3 C=5 D=0 E=0 F=0 X=0 Y=0 Z=0	$A^2 - 3(B+2) + C$	$A^2 - 3(B+2) + C$ 12
--	--------------------	--------------------------

## Regla de Ruffini

Para factorizar un polinomio, empleamos normalmente la regla de Ruffini. El inconveniente suele estar en que se deben probar demasiados números (divisores del término independiente) y ello supone llenar de excesivas operaciones el papel para llevar a cabo la tarea. Con la ayuda del teorema del resto y de la calculadora, podemos probar únicamente aquellos valores,  $x=a$  para los que el polinomio sea divisible por  $(x-a)$ .

Descompón en factores el siguiente polinomio aplicando el teorema del resto para determinar las raíces:

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$$

SOLUCIÓN:

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = (x + 2) \cdot (x - 4) \cdot (x - 1)$$

$x = -2$	$x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ 0
$x = 4$	$x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ 0
$x = 1$	$x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ 0



Para borrar una tabla ya creada hay que pulsar TOOLS, "Editar" y seleccionar "Borrar todo":

Insertar fila  
Borrar todo



## EJEMPLOS

Se calcula a continuación la tabla de valores de  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  y  $g(x) = 2x - 2$ , tomando un paso de 0,5 entre -2 y 2:

Rango tabla  
Inic.: -2  
Final: 2  
Paso : 0.5

Definir  $f(x)$   
Definir  $g(x)$

$f(x) = x^2 - 2x + 3$

$g(x) = 2x - 2$

Se obtiene la tabla simultánea de ambas funciones:

x	f(x)	g(x)
1	11	-6
2	8.25	-5
3	6	-4
4	4.25	-3

-2

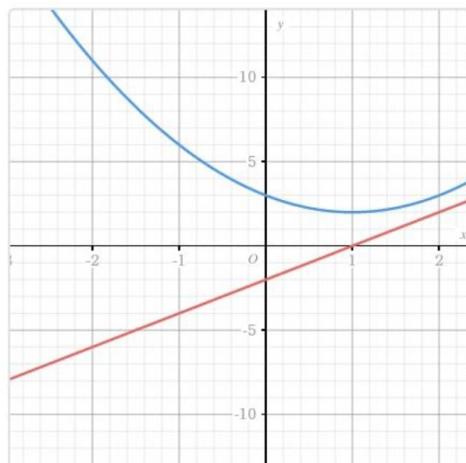
x	f(x)	g(x)
5	3	-2
6	2.25	-1
7	2	0
8	2.25	1

1.5

x	f(x)	g(x)
7	2	0
8	2.25	1
9	3	2
10		

## OBSERVACIÓN

**\*Observación:**  $g(x)$  es la función derivada de  $f(x)$ . El mínimo (vértice de la parábola) se obtiene en el punto (1,2), (donde su derivada vale 0). Cuando  $g(x)$  es negativa,  $f(x)$  es decreciente y al revés. Si se genera el código QR (📄📄), con un smartphone o tablet se puede visualizar la gráfica de las funciones en la página web Classpad.net:



Una vez calculada la tabla, se pueden añadir los valores de  $x$  que se deseen. En la primera fila en blanco se escribe el valor de  $x$  y se pulsa  $\text{EXE}$  para calcular su imagen.

Si se desea cambiar un valor de la tabla, se posiciona el cursor encima del valor, se escribe el nuevo número y se pulsa a  $\text{EXE}$ .

$x$	$f(x)$	$g(x)$
7	1	2
8	1.5	2.25
9	2	3
10	2.5	3.5

$x$	$f(x)$	$g(x)$
8	1.5	2.25
9	2	3
10	2.5	3.5
11	3	4

Si se pulsa la tecla  $\oplus$  se irán añadiendo valores a la tabla una unidad superior que el último valor de  $x$ . Si se pulsa la tecla  $\ominus$  los valores que se añaden son una unidad inferior.

El modo tabla trabaja con un total de 90 valores de modo simultáneo, repartidos entre las 3 columnas; es decir, si están activadas a la vez  $f(x)$  y  $g(x)$  se pueden usar 30 valores de la  $x$ ; si solo hay una función se pueden usar hasta 45 valores (en ambos casos no es posible añadir ningún valor nuevo al final).

#### OBSERVACIÓN

Es posible definir una tabla de manera que el rango esté invertido, es decir, que el valor inicial sea mayor que el valor final, en este caso, el paso es negativo (si no se escribe el signo negativo, la calculadora lo hace automáticamente). La tabla se mostrará en orden decreciente:

$x$	$f(x)$	$g(x)$
10	83	18
9	66	16
8	51	14
7	38	12

Si se vuelve al "Rango de la tabla" se observa que se ha corregido el paso 1 por -1:

Rango tabla	
Inic.:	10
Final:	0
Paso:	-1

#### Práctica 1

Obtener la tabla de valores de la función  $f(x) = \sqrt{x}$

$x$	$f(x)$	$g(x)$
1		
2		
3		
4		

$f(x)/g(x)$ : No def

Rango tabla	
Def $f(x)/g(x)$	▶
Tipo de tabla	▶
Editar	▶

$f(x) = \sqrt{x}$	
$x$	$f(x)$

Rango tabla	
Inic.:	-1
Final:	10
Paso:	1

$x$	$f(x)$	$g(x)$
1	-1	0
2	0	0
3	1	1
4	2	1.4142

ERROR

$x$	$f(x)$	$g(x)$
5	3	1.732
6	4	2
7	5	2.236
8	6	2.4494

6

$x$	$f(x)$	$g(x)$
9	7	2.6457
10	8	2.8284
11	9	3
12	10	3.1622

10

## OBSERVACIÓN

**Observación:** Si el radicando es negativo, aparece un mensaje de error en la tabla.

## Práctica 2

Obtener la tabla de valores de la función  $f(x) = \text{sen}(x)$  en el intervalo  $[0, 2\pi]$  tomando valores con incrementos de  $\pi/4$ .

En primer lugar hay que configurar la calculadora en radianes usando el botón CONFIG  $\equiv$ :

The screenshots show the following steps:

- Config cálculo:** Entrada/Salida, Unidad angular (highlighted), Formato número, Símb ingeniería.
- Unidad angular:** Grado sexag (D), Radián (highlighted), Grado cent (G).
- Rango tabla:** Def f(x)/g(x) (highlighted), Tipo de tabla, Editar.
- f(x)=sen(x):** The function definition screen.
- Rango tabla (second):** Def f(x)/g(x) (highlighted), Tipo de tabla, Editar.
- Rango tabla (third):** Inic.: 0, Final: 6.2831, Paso:  $\pi/4$ .
- Table:** A table with columns x, f(x), and g(x). The first row shows x=0, f(x)=0, g(x)=0.
- Table (second):** The table continues with values for x from approximately 0.785 to 6.2831, showing f(x) values like -0.707, -1, -0.707, and 0.

Se utiliza la combinación de teclas  $\uparrow$   $\odot$  para escribir el número  $\pi$ .

## Práctica 3

Comprueba con la calculadora, utilizando la opción de crear una tabla, el valor de los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+2}{x-1} = +\infty$$

SOLUCIÓN A:

The screenshots show the following steps:

- Rango tabla:** Inic.: 1.1, Final: 1.01, Paso: -0.01.
- Table:** A table with columns x, f(x), and g(x). The first row shows x=1.02, f(x)=151, g(x)=301. The second row shows x=1.01, f(x)=601, g(x)=No def.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x-1}{x^2-3} = 1$$

SOLUCIÓN B:

The screenshots show the following steps:

- Rango tabla:** Inic.: 25, Final: 500, Paso: 50.
- Table:** A table with columns x, f(x), and g(x). The first row shows x=325, f(x)=1.0051, g(x)=1.006172956.

**Creación de una tabla de valores de una función compuesta.**

Una composición de funciones es el método para usar una función como entrada de otra, es decir, que una función  $f(x)$ , está compuesta por otra función  $g(x)$ , así expresadas:

$$f(g(x))$$

En el menú tabla, al igual que se ha visto anteriormente con la derivada de una función, se puede expresar una composición de funciones.

Sea  $f(x) = x^2 - 3$  y  $g(x) = \frac{x}{3}$  si  $f(g(x))$ :

$$g(x) = \frac{x}{3}$$

$$f(x) = g(x)^2 - 3$$

Rango tabla  
Inic.: -10  
Final: 10  
Paso: 1

x	f(x)	g(x)
-10	8.1111	-3.333
-9	6	-3
-8	4.1111	-2.666
-7	2.4444	-2.333

-10

x	f(x)	g(x)
-2	-2.555	-0.666
-1	-2.888	-0.333
0	-3	0
1	-2.888	0.3333

-2

x	f(x)	g(x)
8	4.1111	2.6666
9	6	3
10	8.1111	3.3333

8