CASIO

CLASSWIZ

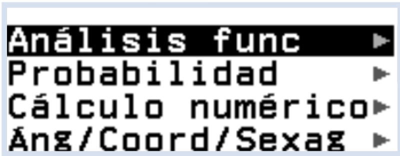
POTENCIAN **TU CURIOSIDAD**

# Derivadas, integrales y sumatorios

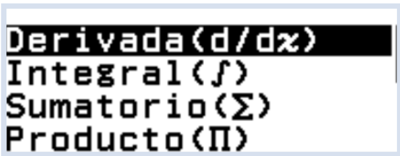
NIVEL EXPERTO

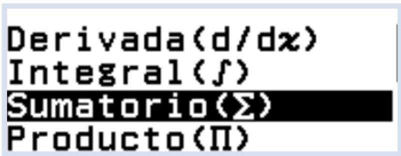
# Operador sumatorio

Para seleccionar el operador sumatorio en el menú **Calcular**, se pulsa Catálogo y Análisis funcional :

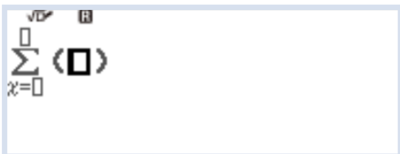



Y se baja con el cursor hasta el sumatorio :




Se pulsa ejecutar EXE y se introducen los valores en la expresión:



EJEMPLO A

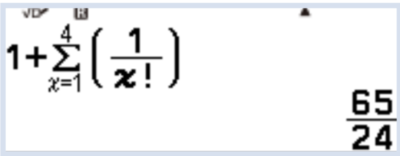
**Suma los primeros 100 números naturales:**

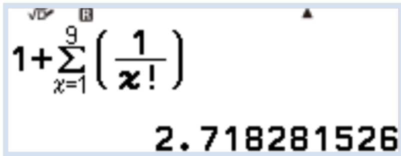
EJEMPLO B

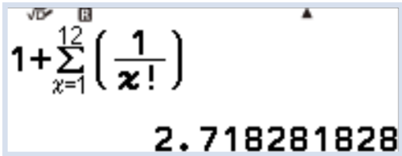
**Introcucción al número $e$ a partir de la serie infinita:**

$$1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{5!}+\frac{1}{6!}+\ldots$$

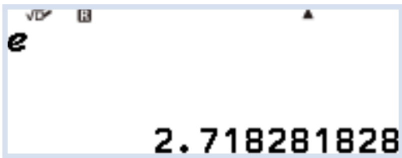
Escogiendo cada vez más términos de la serie (5, 10, 13 términos respectivamente), podemos comprobar que la suma tiende a $e$ :



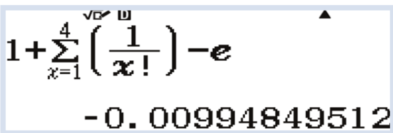



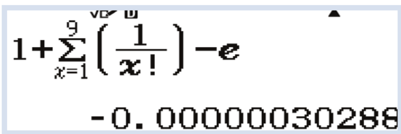



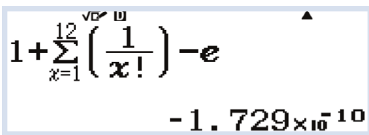

Comparamos con el valor de $e$ que nos da la calculadora:




También se puede comprobar la calidad de las aproximaciones calculando el error en cada aproximación:

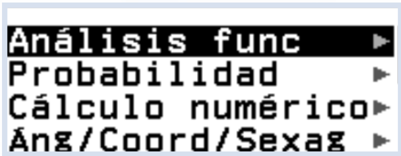


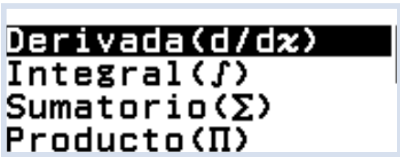



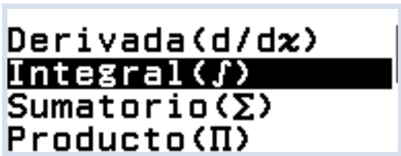



# Integral definida

Para seleccionar la integral en el menú **Calcular**, se pulsa Catálogo, se selecciona Análisis funcional y se baja con el cursor hasta la integral:

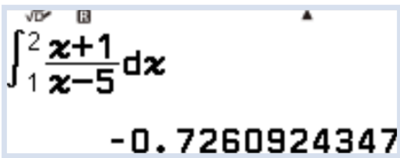


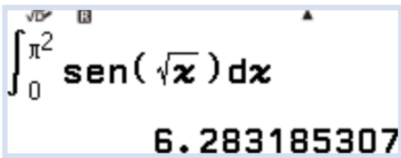




Se pulsa ejecutar EXE y se escribe la función y los límites de integración que se deeen:


Como ejemplo:




Para la realización de la segunda integral, se ha configurado la calculadora en radianes.

**Nota:**

¿Qué tipo de problemas se resuelven con integrales definidas?

Los problemas de acumulación o de cambio neto son problemas de enunciado verbal donde la razón de cambio de una cantidad viene dada y se pide calcular el valor de la cantidad acumulada a lo largo del tiempo.

OBSERVACIÓN 1

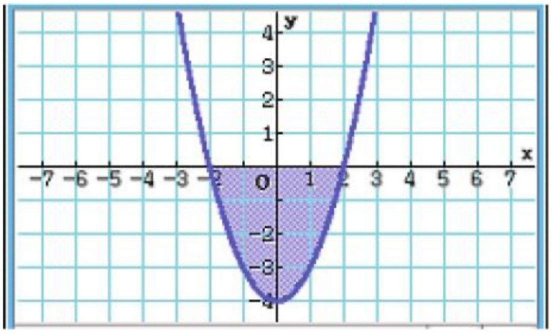
**La visualización de los resultados en la calculadora puede demorarse unos segundos debido al procedimiento numérico de cálculo de la integral. En menor medida, pero también es posible una demora en el emulador.**

## CÁLCULO DEL ÁREA BAJO UNA CURVA

Una de las aplicaciones de la integral definida es el cálculo de áreas, a continuación se presentan algunos ejemplos:

EJEMPLO A

**Calcula el área delimitada por la curva $y = x^2 - 4$ y el eje de abscisas.**





El área vendrá dada por el valor absoluto del valor obtenido:

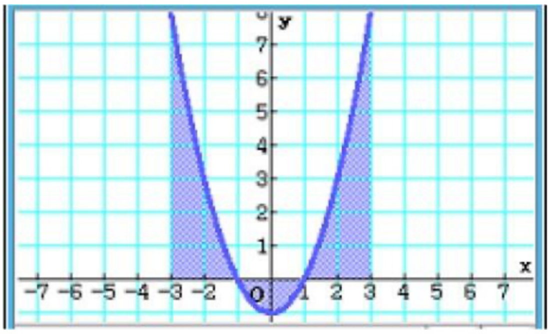

$$A = \frac{32}{3}u^2$$

En el ejemplo anterior, el cálculo del área es relativamente sencillo, puesto que la región a medir se encuentra toda en el mismo semiplano (en este caso el negativo).

En el siguiente ejemplo es necesario hacer una distinción entre las zonas de área positiva y las de área negativa.

EJEMPLO B

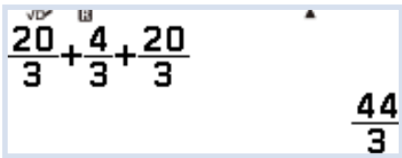
**Calcula el área delimitada por la curva $y = x^2 - 1$ y las rectas $x = -3$ y $x = 3$.**




En este caso se realiza el cálculo de una integral para cada región:




El área total es la suma de los valores absolutos de las tres regiones:

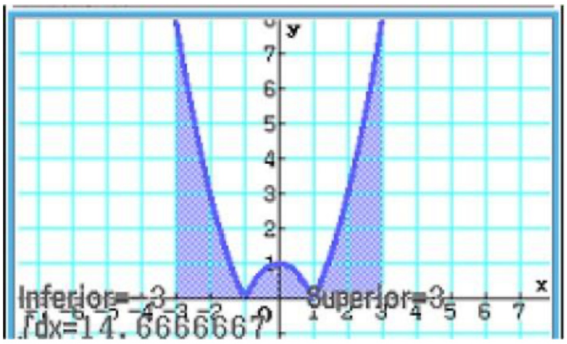



$$A = \frac{44}{3}u^2 \quad = 14.\bar{6}$$

Este valor difiere del resultado de la integral definida entre los valores -3 y 3:

OBSERVACIÓN 2

**No obstante, es posible el cálculo directo del área de la siguiente forma:**




Se puede calcular el área del ejemplo anterior con una sola integral utilizando la función valor absoluto. De esta forma todas las regiones se encuentran en el semiplano positivo:

$$\int_{-3}^{3} |x^2-1|\,dx$$

$$14.66666667$$

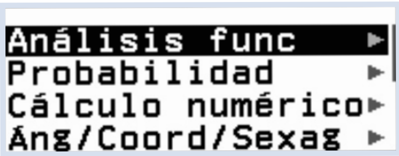
Donde hemos sustituido la función original por la función valor absoluto de la misma, de manera que se conservan las regiones, pero ahora todas se encuentran en el semiplano positivo y no se sustraen unas a otras.

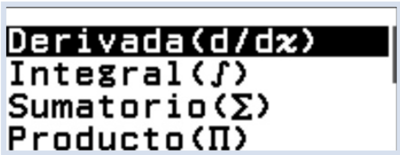
# Derivada en un punto

En los problemas contextualizados son frecuente el cálculo diferencial e integral.
Las derivadas son útiles para resolver problemas en los que se pide la razón de cambio cuando se tiene una cantidad dada.

La derivada de una función en un punto es la razón de cambio instantáneo (tasa de variación instantánea) de la función en dicho punto. Dicho de otra manera, la razón de cambio instantáneo en un punto es la pendiente de la recta tangente en ese punto.

Para seleccioar la función derivada, en el menú **Calcular** , de pulsa Catálogo y se selecciona Análisis funcional :




Se pulsa ejecutar EXE y se introducen los datos:

EJEMPLO A

**Halla la pendiente de la recta tangente a la curva $y = 3x^2 + x - 7$ en el punto $x = -2$**